

COMENTARIOS INICIALES

El molino autógeno para baño electrolítico para la industria del aluminio fue concebido utilizando herramientas de teoría de molienda utilizadas esencialmente para molinos de bolas, sin embargo, fue reforzado el CÁLCULO mediante la transformación de la energía necesaria de rompimiento del material en energía de altura, que estará en función de la altura del molino, su velocidad angular, recubrimientos, etc.

El procedimiento de CÁLCULO de todas las partes constitutivas del molino, soporte, etc., fue realizado en hoja de CÁLCULO, por ello se observara que las ecuaciones planteadas no tienen desglosados valores, pues, el CÁLCULO tenía que corregirse e iterarse varias veces en función de las nuevas variables y cambios que a medida que fuera avanzando el CÁLCULO se iban dando. Solo me limite a colocar las ecuaciones básicas, los datos a sustituir y el resultado final.

Además, cada sección del trabajo viene acompañado de dibujos sin escala, a modo ilustrativo para guiar al lector, sin embargo, se le anexa al informe, planos en formato A4 donde se observa con mayor precisión detalles de los elementos.

Algunas secciones de cálculos son iterativas, quiere decir que es necesario recalcularlas por lo menos una vez, pues son interdependientes. Por ejemplo: el diámetro del molino depende de parámetros de molienda y de carga de procesamiento, pero en ese momento no se conocen las reacciones de engranaje pues no se tiene un diámetro de trabajo que depende del diámetro del molino. En el informe los valores mostrados, son resultado de los cálculos iterativos.

Para la comprobación se utilizo TEORÍA DE ESFUERZO CORTANTE MÁXIMO, en algunos casos LÍNEA DE SODERBERG, y en otros solamente se comprobó esfuerzo cortante y esfuerzo normal. En función de la criticidad de las variables, por ejemplo: en la tolva de salida el diseñador considero crítico la deflexión de la viga, pues al reflexionar mucho puede colisionar con el interior del molino.

Todos los valores se muestran en unidades de Sistema Internacional, sin embargo hay ciertos valores calculados en Sistema Británico o Sistema Técnico debido a que las expresiones fueron deducidas en ese sistema. Inmediatamente el autor procede a transformarlas a Sistema Internacional.

Para la selección del sistema de conversión de energía que viene del motor y va ser entregado al sistema de producción (molino), fue asignado un convertidor de ejes paralelos y de ruedas helicoidales, el cual se le instalara un sistema de cambio por manivela donde se desplazara a través de un eje nervado dos ruedas dentadas de la ultima etapa unidas entre ellas mediante tornillos.

CÁLCULO DE PARÁMETROS DE MOLIENDA

Baño electrolítico: densidad 2100kg/m^3 . El material entra con un diámetro promedio de 200mm. Debe reducirse el diámetro a 3mm.

Flujo másico: 1200 a 2000 kg/h

Velocidad crítica: La velocidad crítica de un molino es la velocidad de rotación que provoca la adherencia de cualquier partícula pequeña a las placas de revestimiento, producida por la fuerza centrífuga, (FACO).

$$\omega = \frac{76,63}{\sqrt{D}} \quad \text{Siendo } \omega[\text{rev/min}]$$

Como el flujo másico es de 1200 a 2000kg/h, podemos cuantificarlo para efectos de cálculo:

| Tiempo (h) | Tiempo (min.) | Flujo másico (kg/h) (1a veloc) | Flujo másico (kg/h) (2a veloc) |
|------------|---------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 1h | 60min | 1200 | 2000 |
| 1/2h | 30min | 600 | 1000 |
| 1/4h | 15min | 300 | 500 |
| 1/12h | 5min | 100 | 167 |

Podemos estimar una masa “permanente de 500kg para el cálculo

Considerando el diámetro del molino autógeno 3 veces su longitud

Utilizando las ecuaciones deducidas por Bond para el cálculo de energía necesaria para desmenuzar el molino, determinaremos tanto el diámetro necesario como también el cumplimiento del flujo másico.

Para el cálculo de la energía necesaria para desmenuzar el material utilizaremos como referencia el ÍNDICE DE TRABAJO DE BOND.

Tomando un material con propiedades semejantes al baño electrolítico el ÍNDICE DE TRABAJO DE BOND es: **14**

Utilizando la formula básica de Bond en la cual garantiza que se cumplen los requerimientos en un 80%, tenemos:

$$W = 10W_i \left(\frac{1}{\sqrt{P}} - \frac{1}{\sqrt{F}} \right)$$

W: Energía consumida en kWh. Para consumo por cada tonelada multiplicar por 1,102.

Wi: Índice de trabajo de Bond.

P: Tamaño en micrómetros de abertura en la cual pasa el 80% del producto final molido

F: Tamaño en micrómetros de abertura en la cual pasa el 80% del producto de alimentación de molino.

Esta ecuación es válida en realidad para molinos de barras que operan en circuito abierto y para molinos de bolas en circuito cerrado.

Para obtener valores de consumo a otras condiciones de trabajo diferentes, estas deben ser multiplicadas por varios factores de corrección.

Rescribiendo:

$$W = 11,02W_i \left(\frac{1}{\sqrt{P}} - \frac{1}{\sqrt{F}} \right)$$

Y usando como datos:

| | | |
|----|--------|----|
| Wi | 14 | |
| F | 200000 | μm |
| P | 3000 | μm |

Tenemos como resultado:

| | | |
|---|--------|-----|
| W | 2,4718 | kWh |
|---|--------|-----|

Estimaciones de los factores de corrección, por FACO:

EF1 – Factor de molienda por vía seca:

| | |
|-----|-----|
| EF1 | 1,3 |
|-----|-----|

EF2 – Factor de circuito abierto en molinos de bolas:

NO APLICA

EF3 – Factor de diámetro:

$$EF3 = \left(\frac{2,438}{D} \right)^{0,2}$$

Tomando como diámetro (Asumido en el cálculo, a partir de allí, se comprobara):

| | | |
|---|---|---|
| D | 2 | m |
|---|---|---|

Resulta:

| | |
|-----|--------|
| EF3 | 1,0404 |
|-----|--------|

EF4 – Factor de alimentación con tamaño excesivo

NO APLICA

EF5 – Factor de finura para molinos de bolas

NO APLICA

EF6 – Factor de tasa de reducción – Molino de barras

NO APLICA

EF7 – Factor de de tasa de reducción – Molino de bolas

NO APLICA

EF8 – Factor de eficiencia para molinos de barras

NO APLICA

Entonces el trabajo para una tonelada corregido es:

| | | |
|--------------|--------|-----|
| W(corregido) | 3,3431 | kWh |
|--------------|--------|-----|

Como en realidad el trabajo se le aplica a la masa “permanente”, tenemos que el trabajo será:

| | | |
|--------------------|--------|-----|
| W(masa permanente) | 1,6716 | kWh |
|--------------------|--------|-----|

Si idealizamos el problema y consideramos que al molino entran masas esféricas con diámetros de 200mm, podríamos determinar su masa:

Datos:

| | | |
|---------------|-----|---|
| diámetro masa | 0,2 | m |
|---------------|-----|---|

| | | |
|----------|------|-------------------|
| densidad | 2100 | kg/m ³ |
|----------|------|-------------------|

Entonces el trabajo a aplicar a cada “esfera” de masa sería:

| | | |
|---------|--------|-----|
| W(masa) | 0,0294 | kWh |
|---------|--------|-----|

| | | |
|---------|-------------|---|
| W(masa) | 105867,6451 | J |
|---------|-------------|---|

La velocidad crítica del molino sería:

Datos:

| | | |
|---|---|---|
| D | 2 | m |
|---|---|---|

Dato asumido inicialmente.

$\omega =$

| | |
|---------|----------|
| 29,9142 | rev/min. |
|---------|----------|

| | |
|--------|-------|
| 3,1326 | rad/s |
|--------|-------|

No podemos excedernos de este valor de velocidad angular, tomemos un % de este valor

| | | |
|---------|--------|-------|
| Cs(90%) | 2,8193 | rad/s |
|---------|--------|-------|

Para la velocidad de trabajo más rápida, donde cumpliremos con el flujo másico mayor de 2000kg/h, mientras que utilizaremos un valor de velocidad angular de:

| | | |
|---------|--------|-------|
| Cs(60%) | 1,8796 | rad/s |
|---------|--------|-------|

Para la velocidad más lenta de trabajo, donde cumpliremos con el flujo másico menor de 1200kg/h.

Estimando la longitud del cilindro del molino (no incluye tapas) considerando que el diámetro es 3 veces su longitud. Entonces:

| | | |
|----------|--------|---|
| Longitud | 0,6667 | m |
|----------|--------|---|

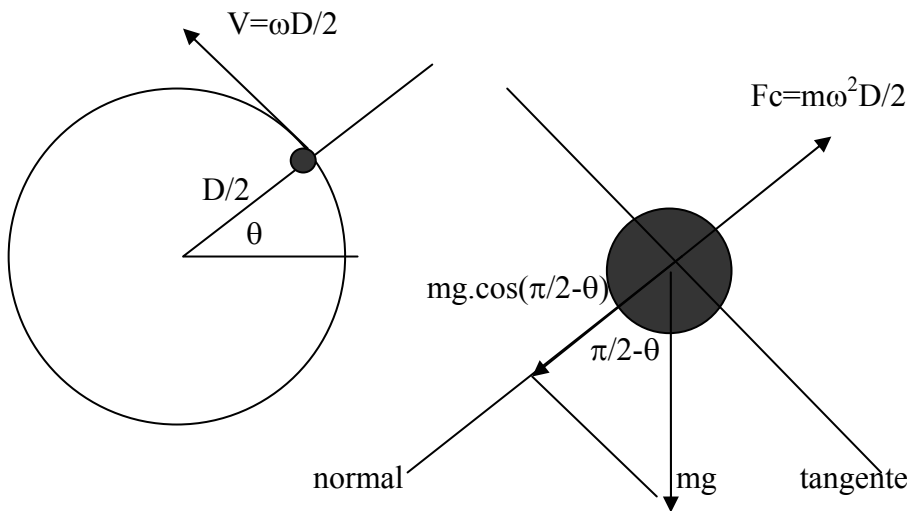
COMPROBACIÓN DE FUNCIONAMIENTO DEL MOLINO

Comprobaremos de una forma muy ideal que el molino cumple con las especificaciones de flujo másico, para ello utilizaremos algunas expresiones ideales de movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, e indicando en su momento ciertas consideraciones:

Para una velocidad angular $\omega = 1,8796 \text{ rad/s}$

Tomando como dato un diámetro $D = 2 \text{ m}$

Y realizando un diagrama de cuerpo libre de un cuerpo de 8,7965kg de material procesado a un ángulo θ cualquiera, obtenemos:



Resolviendo:

$$F_c - mg \cdot \cos(\pi/2 - \theta) = 0$$

$$m\omega^2 D/2 = mg \cdot \sin(\theta)$$

$$\omega^2 D/2 = g \cdot \sin(\theta)$$

$$\theta = \sin^{-1} \frac{\omega^2 \frac{D}{2}}{g}$$

Para que la bola comience a despegarse

Sustituyendo:

$$\theta = 0,3688 \text{ rad}$$

$$\theta = 21,1300^\circ$$

Teniendo el ángulo y obteniendo la proyección vertical obtendríamos la altura, relativa al centro a la que la bola se desprendería de la pared:

$$Y_o = \frac{D}{2} \cos(\theta)$$

$$Y_o = 0,3605 \text{ m}$$

Suponiendo que la esfera cae hasta el fondo del círculo: entonces le sumamos el radio al valor Y_o obtenido, tenemos:

$$Y_{\text{caída}} = Y_o + D/2$$

$$Y_{\text{caída}} = 1,3605 \text{ m}$$

Considerando caída libre de la masa a esa altura, y usando ecuación:

$$Y_{\text{CAIDA}} = V_0 \cdot t + \frac{gt^2}{2}$$

Para $V_0 \approx 0 \text{ m/s}$; $g = -9.8 \text{ m/s}^2$, obtenemos t

$$t = \sqrt{-\frac{2Y_{\text{CAIDA}}}{g}}$$

$$t_{\text{caída}} = 0,5269 \text{ s}$$

Además necesitamos el tiempo de subida del material, desde el fondo de la circunferencia hasta la altura previamente calculada, suponiendo que el material no desliza, tenemos:

$$t_{\text{SUBIDA}} = \frac{\frac{\pi}{2} + \theta}{\omega}$$

Conocidos todos los valores, sustituimos:

$$t_{\text{SUBIDA}} = 1,0319 \text{ s}$$

Retomando el valor de energía que requería la masa de $8,7965 \text{ kg}$ de $105867,6451 \text{ J}$, entonces podemos tomar esta energía como energía potencial y encontrar la altura equivalente:

$$W = mgh$$

Despejando:

$$h = \frac{W}{mg}$$

Sustituyendo:

$$h = 1228,0874 \text{ m}$$

Retomando la altura de caída Y_{CAIDA} podemos obtener cuantos ciclos (caídas y subidas) debe realizar la masa para reducir su tamaño al deseado:

$$h = n_{\text{CICLOS}} Y_{\text{CAIDA}}$$

$$n_{\text{CICLOS}} = \frac{h}{Y_{\text{CAIDA}}}$$

$$n_{\text{CICLOS}} = 902,6836$$

Calculamos entonces el “tiempo de estadía” del material dentro del molino:

$$t_{ESTADIA} = n_{CICLOS} \cdot (t_{SUBIDA} + t_{CAIDA})$$

$$t_{ESTADIA} = 1407,1567s$$

$$t_{ESTADIA} = 23,4526min.$$

Este es el tiempo de estadía para una masa de diámetro de 200mm. Si consideramos que la “masa permanente” del sistema es de 500kg, entonces los 500kg se procesaran en el $t_{ESTADIA}$. Para procesar los 1200kg se necesitaran:

$$t_{TOTAL} = \frac{1200 \cdot t_{ESTADIA}}{masa_permanente}$$

$$t_{TOTAL} = 56,2863min.$$

Cumple las expectativas del diseño.

Para una velocidad angular $\omega = 2,8193rad/s$

Teniendo como dato que diámetro $D = 2m$

Y realizando un diagrama de cuerpo libre de un cuerpo de 8,7965kg de material procesado a un ángulo θ cualquiera, obtenemos:

$$\theta = \text{sen}^{-1} \frac{\omega^2 \frac{D}{2}}{g}$$

sustituyendo:

$$\theta = 0,8111rad$$

$$\theta = 46,4721^\circ$$

Teniendo el ángulo y obteniendo la proyección vertical obtendríamos la altura, relativa al centro a la que la bola se desprendería de la pared:

$$Y_o = \frac{D}{2} \cos(\theta)$$

$$Y_o = 0,7250m$$

Suponiendo que la esfera cae hasta el fondo del círculo: entonces le sumamos el radio al valor Y_o obtenido, tenemos:

$$Y_{caida} = Y_o + D/2$$

$$Y_{caida} = 1,7250m$$

Considerando caída libre de la masa a esa altura, y usando ecuación:

$$Y_{CAIDA} = V_0 \cdot t + \frac{gt^2}{2}$$

Para $V_0 \cong 0m/s$; $g = -9.8m/s^2$, obtenemos t

$$t = \sqrt{-\frac{2Y_{CAIDA}}{g}}$$

$$t_{caída} = 0,5933s$$

Además necesitamos el tiempo de subida del material, desde el fondo de la circunferencia hasta la altura previamente calculada, suponiendo que el material no desliza, tenemos:

$$t_{SUBIDA} = \frac{\frac{\pi}{2} + \theta}{\omega}$$

Conocidos todos los valores, sustituimos:

$$t_{SUBIDA} = 0,8448s$$

Retomando el valor de energía que requería la masa de 8,7965kg de 105867,6451J, entonces podemos tomar esta energía como energía potencial y encontrar la altura equivalente:

$$W = mgh$$

Despejando:

$$h = \frac{W}{mg}$$

Sustituyendo:

$$h = 1228,0874m$$

Retomando la altura de caída Y_{CAIDA} podemos obtener cuantos ciclos (caídas y subidas) debe realizar la masa para reducir su tamaño al deseado:

$$h = n_{CICLOS} Y_{CAIDA}$$

$$n_{CICLOS} = \frac{h}{Y_{CAIDA}}$$

$$n_{CICLOS} = 711,9186$$

Calculamos entonces el “tiempo de estadía” del material dentro del molino:

$$t_{ESTADIA} = n_{CICLOS} \cdot (t_{SUBIDA} + t_{CAIDA})$$

$$t_{ESTADIA} = 1023,8635s$$

$$t_{ESTADIA} = 17,0644min.$$

Este es el tiempo de estadía para una masa de diámetro de 200mm. Si consideramos que la “masa permanente” del sistema es de 500kg, entonces los 500kg se procesaran en el $t_{ESTADIA}$. Para procesar los 2000kg se necesitaran:

$$t_{TOTAL} = \frac{2000 \cdot t_{ESTADIA}}{masa_permanente}$$

$$t_{TOTAL} = 68,2576min.$$

Se considera un valor aceptable, aunque supera en 8min el tiempo requerido.

CÁLCULO DE ESFUERZOS DEL CILINDRO

Calculemos el número de esferas del material a moler permanentes que estarán en el molino:

Usando como datos:

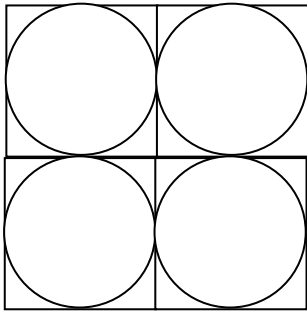
| | | |
|-----------------|-----|----|
| masa permanente | 500 | kg |
|-----------------|-----|----|

| | | |
|----------------------|--------|----|
| masa esfera material | 8,7965 | kg |
|----------------------|--------|----|

$$\text{numero_esferas_permanente} = \frac{\text{masa_permanente}}{\text{masa_esfera_material}}$$

| | |
|-------------------------|---------|
| numero bolas permanente | 56,8411 |
|-------------------------|---------|

Este dato nos servirá para estimar que área de la sección transversal del molino estará ocupada por el material, supondremos un estado en el cual el material esta sin moler, quiere decir que esta quieto en el fondo de la sección transversal. Pero no obtendremos el área como una función directa de los volúmenes de las esferas de material, sino que usaremos el volumen de un cubo circunscrito en la esfera, véase siguiente figura:



$$\text{Volumen_cubo} = D^3$$

El volumen de la esfera sería:

| | | |
|----------------|--------|----------------|
| volumen esfera | 0,0042 | m ³ |
|----------------|--------|----------------|

Mientras que el cubo:

| | | |
|--------------|-------|----------------|
| volumen cubo | 0,008 | m ³ |
|--------------|-------|----------------|

El volumen ocupado por estos cubos sería: $\text{Volúmen_cubo} \cdot \text{número_esferas_permanente}$

| | | |
|-----------------|--------|----------------|
| volumen ocupado | 0,4547 | m ³ |
|-----------------|--------|----------------|

Calculemos el volumen interno del cilindro del molino:

$$\text{Volumen_cilindro} = \frac{\pi}{4} D^2 L$$

Y teniendo como datos:

| | | |
|----------|--------|---|
| Longitud | 0,6667 | m |
|----------|--------|---|

| | | |
|---|---|---|
| D | 2 | m |
|---|---|---|

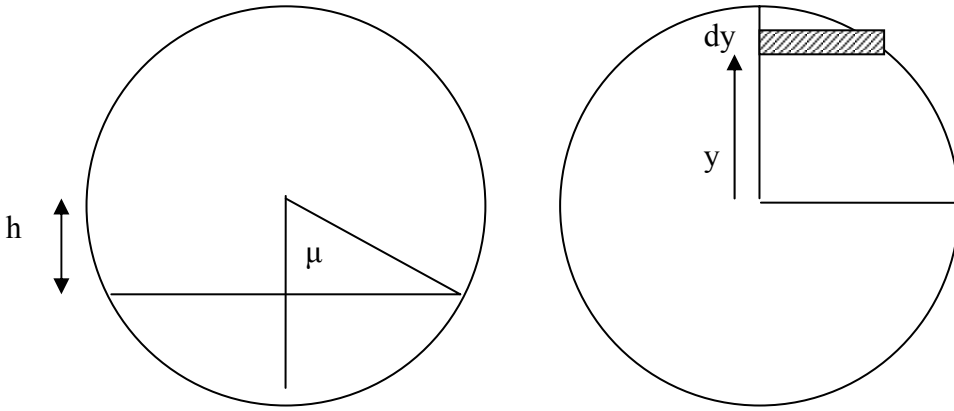
Calculando el porcentaje de volumen:

$$\text{porcentaje_volumen} = \frac{\text{volumen_ocupado}}{\text{volumen_cilindro}} \cdot 100\%$$

| | | |
|--------------------|---------|---|
| porcentaje volumen | 21,7117 | % |
|--------------------|---------|---|

Tomando la recomendación de Engineer-mine.com, que menciona que el volumen ocupado por el mineral va de un 20 a un 30% del volumen interno de molino, Cumpliendo así con recomendaciones generales de diseño de molinos. Entonces determinemos el volumen que ocupa el mineral “permanente”.

Para el cálculo de esfuerzo necesitamos saber a que nivel se encuentra el material, observe la siguiente figura:



Escribamos la ecuación de área circular en sistema cartesiano:

$$dA = x \cdot dy$$

$$\text{Siendo } x^2 + y^2 = (D/2)^2$$

Entonces:

$$dA = \sqrt{(D/2)^2 - y^2} dy$$

$$A = \int_{y_1}^{y_2} \sqrt{(D/2)^2 - y^2} dy$$

Como el área a considerar para el cálculo de altura, va a ser el ocupado, entonces un límite de integración (h) será incógnita:

$$\text{porcentaje_volumen} \cdot (\text{Area_cuarto_de_circulo}) = \int_h^{D/2} \sqrt{(D/2)^2 - y^2} dy$$

$$\text{porcentaje_volumen} \cdot \frac{\pi}{4} D^2 \cdot \frac{1}{4} = \int_h^{D/2} \sqrt{(D/2)^2 - y^2} dy$$

Revisando tablas de integrales, la integral es:

$$\text{porcentaje_volumen} \cdot \frac{\pi}{4} D^2 \cdot \frac{1}{4} = \left[y \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - y^2} + \left(\frac{D}{2}\right)^2 \text{sen}^{-1} \left(\frac{y}{\left(\frac{D}{2}\right)} \right) \right]_h^{D/2}$$

$$\text{porcentaje_volumen} \cdot \frac{\pi}{16} D^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 \text{sen}^{-1} \left(\frac{D/2}{\left(\frac{D}{2}\right)} \right) - h \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - h^2} - \left(\frac{D}{2}\right)^2 \text{sen}^{-1} \left(\frac{h}{\left(\frac{D}{2}\right)} \right)$$

Es un poco complicado despejar explícitamente el valor de h, entonces planteemos lo siguiente:

$$\delta = \left(\frac{D}{2}\right)^2 \text{sen}^{-1} \left(\frac{D/2}{\left(\frac{D}{2}\right)} \right) - h \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - h^2} - \left(\frac{D}{2}\right)^2 \text{sen}^{-1} \left(\frac{h}{\left(\frac{D}{2}\right)} \right) - \text{porcentaje_volumen} \cdot \frac{\pi}{16} D^2$$

Iteraremos valores hasta que el valor de $\delta < 0,001$

Introduciendo un valor de:

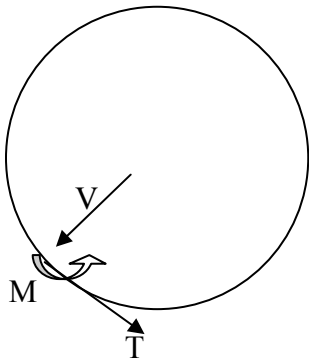
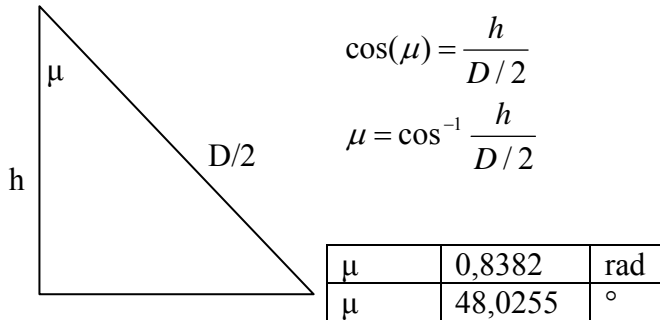
| | | |
|---|--------|---|
| h | 0,6688 | m |
|---|--------|---|

Se obtuvo un valor:

| | |
|---|----------|
| d | -2,9E-05 |
|---|----------|

Un valor muy aceptable.

Muy bien, ahora obtengamos el valor de μ , pero primero veamos la siguiente figura en detalle:



Ahora realizaremos el CÁLCULO de esfuerzos considerando el cilindro una viga de sección circular, e idealizando el fenómeno como llenado parcialmente y soportado en la base, es el caso 21 de vigas estáticamente indeterminadas del ROARK'S FORMULAS FOR STRESS AND STRAIN, El autor recomienda el uso de estas ecuaciones con los valores en sistema ingles, por ellos introduciremos los valores en ese sistema, y al resultado lo transformaremos al Sistema Internacional. Los valores obtenidos por las ecuaciones, son para 1in de longitud, multiplicamos por la longitud en pulgadas de la longitud del cilindro y obtenemos los valores buscados.

$$F = \frac{1}{2} \rho_{EQUIV} \left(\frac{D}{2} \right)^2 \cdot (2\mu - \text{sen}(2\mu))$$

Siendo:

ρ_{EQUIV} = densidad equivalente

Como en nuestro caso asumimos que nuestras esferas ocupaban un espacio equivalente al de un cubo circunscrito, debemos obtener una densidad equivalente a ese cubo.

$$\rho_{EQUIV} = \frac{\text{volumen_esfera}}{\text{volumen_cubo}} * 2100 \text{kg} / \text{m}^3$$

| | | |
|---------------|-----------|-------------------|
| r equivalente | 1099,5574 | kg/m ³ |
|---------------|-----------|-------------------|

| | | |
|---------------|--------|--------------------|
| r equivalente | 0,0397 | lb/in ³ |
|---------------|--------|--------------------|

Dato:

| | | |
|---|-------|----|
| D | 78,74 | in |
|---|-------|----|

Obtenemos como valor F:

| | | |
|---|---------|-------|
| F | 20,9952 | lb/in |
|---|---------|-------|

Para la longitud del molino:

| | | |
|---|-----------|-----|
| F | 551,0546 | lb |
| | 249,9528 | kgf |
| | 6428,8958 | N |

(Hay leves diferencias con el valor que debería ser de 250kgf para cada extremo de apoyo de la viga, pero por las aproximaciones de densidad, etc., como también la simplicidad de la expresión, traerá cierto error).

$$M_1 = \rho_{EQUIV} \left(\frac{D}{2} \right)^3 \cdot \left[0,6366 \left(\frac{1}{2} \mu \cos(\mu) - \frac{3}{8} \mu - \frac{1}{2} \text{sen}(\mu) + \frac{5}{8} \text{sen}(\mu) \cos(\mu) - \frac{1}{4} \lambda \cos^2(\mu) \right) \right. \\ \left. + \cos^2(\mu) - \cos(\mu) + \frac{1}{2} \text{sen}^2(\mu) \right] + 0,6366 F \frac{D}{2}$$

Obtenemos como resultado:

| | | |
|----|----------|----------|
| M1 | 367,9221 | lb.in/in |
|----|----------|----------|

$$T_1 = \rho_{EQUIV} \left(\frac{D}{2} \right)^2 \cdot \left[\frac{1}{2} \text{sen}^2(\mu) - \cos(\mu) + \cos^2(\mu) + 0,3183 \left(\frac{3}{4} \text{sen}(\mu) \cos(\mu) - \frac{1}{2} \lambda \cos^2(\mu) + \frac{1}{4} \mu \right) \right]$$

Tenemos como resultado:

| | | |
|----|--------|----------|
| T1 | 2,9047 | lb.in/in |
|----|--------|----------|

Ahora teniendo estos valores calculemos el momento flector (M), fuerza circunferencial (T) y cortante (V) tanto en la zona “sumergida” por el material, como la parte no sumergida.

Para un valor de $\lambda = [0, \mu]$, Mediante la hoja de CÁLCULO se fue variando este valor hasta obtener los valores mas altos, estos se obtuvieron en $\lambda = 0$, quiere decir, en el fondo del cilindro.

$$M = M_1 - T_1 \frac{D}{2} (1 - \cos \lambda) - F \frac{D}{2} \text{sen} \lambda + \rho_{EQUIV} \cdot \left(\frac{D}{2} \right)^3 \left(\frac{1}{2} \cos \lambda \text{sen} \lambda - \cos \mu \cos \lambda \right)$$

Obtenemos como resultado:

| | | |
|---|----------|----------|
| M | 367,9221 | lb.in/in |
|---|----------|----------|

Para la longitud del cilindro

| | | |
|---|-----------|-------|
| M | 9656,7300 | lb.in |
| | 1091,1139 | N.m |

$$T = T_1 \cos \lambda - F \text{sen} \mu + \rho_{EQUIV} \left(\frac{D}{2} \right)^2 \left(\frac{1}{2} \lambda \cos \lambda + \frac{1}{2} \text{sen} \lambda - \cos \lambda \cos \mu \right)$$

Obtenemos como resultado:

| | | |
|---|--------|----------|
| T | 2,9047 | lb.in/in |
|---|--------|----------|

Para la longitud del cilindro:

| | | |
|---|---------|-------|
| T | 76,2376 | lb.in |
| | 8,6141 | N.m |

$$V = -T_1 \text{sen} \lambda - F \cos \lambda + \rho_{EQUV} \left(\frac{D}{2} \right)^2 \left(\frac{1}{2} \lambda \cos \lambda + \frac{1}{2} \text{sen} \lambda - \cos \lambda \cos \mu \right)$$

Se obtiene como resultado:

| | | |
|---|----------|----------|
| V | -20,9952 | lb.in/in |
|---|----------|----------|

Considerando la longitud del cilindro:

| | | |
|---|------------|----|
| V | -551,0546 | lb |
| V | -2451,2010 | N |

Para un valor de $\lambda = [\mu, \pi]$, Mediante la hoja de CÁLCULO se fue variando este valor hasta obtener los valores mas altos, estos se obtuvieron en $\lim(\lambda) \rightarrow 0$, quiere decir, en el tope del cilindro.

$$M = M_1 - T_1 \frac{D}{2} (1 - \cos \lambda) - F \frac{D}{2} \text{sen} \lambda + \rho_{EQUV} \cdot \left(\frac{D}{2} \right)^3 \left(\frac{1}{2} \text{sen} \lambda (\mu - \cos \mu \cos \mu) + \cos \lambda \cdot (\cos \mu - \cos^2 \mu - \frac{1}{2} \text{sen}^2 \mu) \right)$$

Se obtiene un valor de:

| | | |
|---|----------|----------|
| M | 914,0475 | lb.in/in |
|---|----------|----------|

Considerando la longitud del cilindro

| | | |
|---|------------|-------|
| M | 23990,6991 | lb.in |
| M | 2710,7091 | N.m |

$$T = T_1 \cos \lambda - F \text{sen} \mu + \rho_{EQUV} \left(\frac{D}{2} \right)^2 \left(\frac{1}{2} \text{sen} \lambda (\mu - \cos \mu \cos \mu) + \cos \lambda \cdot (\cos \mu - \cos^2 \mu - \frac{1}{2} \text{sen}^2 \mu) \right)$$

Obtenemos como resultado:

| | | |
|---|---------|----------|
| T | 16,7763 | lb.in/in |
|---|---------|----------|

Para la longitud completa:

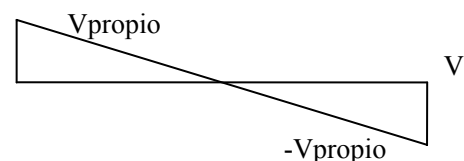
| | | |
|---|----------|-------|
| T | 440,3211 | lb.in |
| T | 49,7519 | N.m |

$$V = -T_1 \text{sen} \lambda - F \cos \lambda + \rho_{EQUV} \left(\frac{D}{2} \right)^2 \left(\frac{1}{2} \text{sen} \lambda (\mu - \cos \mu \cos \mu) + \cos \lambda \cdot (\cos \mu - \cos^2 \mu - \frac{1}{2} \text{sen}^2 \mu) \right)$$



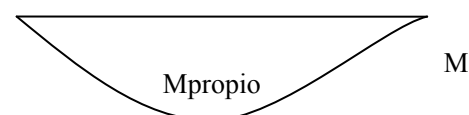
Se obtiene como resultado:

| | | |
|---|---------|----------|
| V | 10,4976 | lb.in/in |
|---|---------|----------|



Considerando la longitud:

| | | |
|---|-----------|----|
| V | 275,5273 | lb |
| V | 1225,6005 | N |



Lo calculado anteriormente es producido por la carga interna del molino, pero también hay que considerar el efecto del propio peso del molino (se había obtenido un resultado en la primera iteración, pero luego con el programa CAD se obtiene el valor real):

Teniendo como datos:

| | | |
|----|---|---|
| re | 1 | m |
|----|---|---|

| | | |
|----|-------|---|
| ri | 0,975 | m |
|----|-------|---|

$$PESO = \pi(r_E^2 - e_i^2)L\rho$$

| | | |
|------|------------|---|
| PESO | 7955,38963 | N |
|------|------------|---|

(Obtenido en la primera iteración)

Mediante Solid Edge se obtiene:

| | | |
|------------|----------|---|
| PESO SOLID | 9768,836 | N |
|------------|----------|---|

El peso de las tapas (determinado por Solid Edge):

| | | |
|------------|------------|---|
| PESO TAPAS | 17049,7068 | N |
|------------|------------|---|

Además hay que considerar el efecto de la cremallera que va a estar unido al molino y que próximamente se ira a calcular:

| | | |
|--------------|------------|---|
| PESO CREMALL | 2416,82723 | N |
|--------------|------------|---|

Y el peso de los recubrimientos, que en un futuro se determinara:

| | | |
|------------|------------|---|
| PESO RECUB | 11372,8608 | N |
|------------|------------|---|

Esto da como resultado el peso total del molino:

| | | |
|-------------|------------|---|
| PESO MOLINO | 40608,2308 | N |
|-------------|------------|---|

Adicionado a eso se le suma la componente vertical de engranaje, que luego será calculado:

| | | |
|-------------|------------|---|
| Fy (engran) | 1971,85389 | N |
|-------------|------------|---|

Distribuido a los largo del molino.

Generando en los apoyos la mitad de esa fuerza, es decir:

| | | |
|---------|-------------|---|
| Vpropio | 21290,04236 | N |
|---------|-------------|---|

Mientras que el máximo momento producido por esa fuerza, y agregando la fuerza axial producida por la cremallera helicoidal (calculada próximamente):

$$M_{propio} = \frac{V_{propio} \cdot L}{2} + M_{FUERZA_AXIAL_CREMALLERA}$$

Resulta:

| | | |
|---------|-------------|-----|
| Mpropio | 15612,69773 | N.m |
|---------|-------------|-----|

Teniendo estos valores calculemos el esfuerzo cortante τ_{YZ} , σ_X σ_Y :

Para el cálculo de esfuerzo cortante transversal máximo para un cilindro con radio interno mayor a cero (0), de Hibbeler obtenemos una expresión:

$$\tau_{YZ} = \tau_{MAX} = \frac{V + V_{propio}}{\pi \cdot r_E (r_E - r_i)}$$

Siendo r_E radio externo y r_i radio interno.
Tomaremos un espesor de 25mm:

Resultado:

| | | |
|-------------|-------------|----|
| τ_{YZ} | 302282,8990 | Pa |
|-------------|-------------|----|

Para el cálculo de esfuerzo normal producido por el momento flector.

$$\sigma_X = \frac{(M + M_{propio})r_E}{I}$$

Siendo:

$$I = \frac{\pi}{4}(r_E^4 - r_i^4)$$

Obtenemos:

| | | |
|-------------------|--------|----------------|
| I Momento Inercia | 0,0756 | m ⁴ |
|-------------------|--------|----------------|

| | | |
|------------|-------------|----|
| σ_X | 242234,1938 | Pa |
|------------|-------------|----|

Para el esfuerzo normal circunferencial:

$$\sigma_Y = \frac{T}{L(r_E - r_i)}$$

Siendo L la longitud del molino

Tenemos como resultado:

| | | |
|------------|-----------|----|
| σ_Y | 2985,1131 | Pa |
|------------|-----------|----|

Como vemos tenemos un estado de esfuerzo triaxial. Para obtener los tres valores de esfuerzos, tenemos que resolver una ecuación cúbica de la siguiente forma:

$$\sigma^3 - (\sigma_X + \sigma_Y + \sigma_Z)\sigma^2 + (\sigma_X\sigma_Y + \sigma_X\sigma_Z + \sigma_Y\sigma_Z - \tau_{XY}^2 - \tau_{YZ}^2 - \tau_{ZX}^2)\sigma - (\sigma_X\sigma_Y\sigma_Z + 2\tau_{XY}\tau_{XZ}\tau_{YZ} - \sigma_X\tau_{YZ}^2 - \sigma_Y\tau_{XZ}^2 - \sigma_Z\tau_{XY}^2) = 0$$

Adaptándola a nuestra situación tenemos:

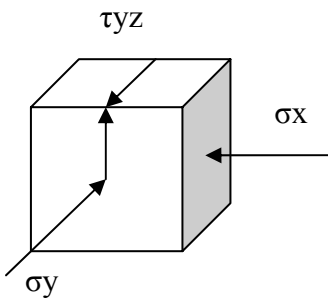
$$\sigma^3 - (\sigma_X + \sigma_Y)\sigma^2 + (\sigma_X\sigma_Y - \tau_{YZ}^2)\sigma + \sigma_X\tau_{YZ}^2 = 0$$

Resolviendo en MATLAB®, utilizando el siguiente código:

```
clc
sx=242234.1938;
sy=2985.1131;
tyz=302282.8990;
a=[1;-(sx+sy);(sx*sy-tyz^2);sx*tyz^2];
roots(a)
```

Obtengo como resultados los siguientes valores:

| | | |
|------------|---------|----|
| σ_1 | 303.780 | Pa |
| σ_2 | 242230 | Pa |
| σ_3 | -300790 | Pa |



Considerado el cilindro mayor del molino, es necesario considerar la zona del molino, el cual va servir de sostén, El diámetro menor del cono truncado debe tener un valor superior a 200mm, que garantice la entrada de material, como también una ubicación cómoda de la tolva de entrada y de salida. Se propone un radio interno de 300mm y externo de 350mm

Para asegurar que la zona de soporte del molino, pueda soportar los esfuerzos, lo cual se verificara luego:

$$\tau_{YZ} = \tau_{MAX} = \frac{V}{\pi \cdot r_E (r_E - r_I)}$$

Siendo r_E radio externo y r_I radio interno.

Tenemos como datos:

| | | |
|----|-------|---|
| re | 0,355 | m |
| ri | 0,3 | m |

Como resultado:

| | | |
|-------------|-------------|----|
| τ_{xy} | 387045,9654 | Pa |
|-------------|-------------|----|

Para el cálculo de esfuerzo normal producido por el momento flector.

$$\sigma_x = \frac{Mr_E}{I}$$

Siendo:

$$I = \frac{\pi}{4} (r_E^4 - r_i^4)$$

Obtenemos:

| | | |
|-------------------|--------|----------------|
| I momento inercia | 0,0283 | m ⁴ |
|-------------------|--------|----------------|

| | | |
|------------|--------------|----|
| σ_x | 1064232,9289 | Pa |
|------------|--------------|----|

Para el esfuerzo normal circunferencial:

$$\sigma_y = \frac{T}{L(r_E - r_i)}$$

Siendo L la longitud del molino

Tenemos como resultado:

| | | |
|------------|-----------|----|
| σ_y | 1356,8696 | Pa |
|------------|-----------|----|

Como vemos tenemos un estado de esfuerzo triaxial. Para obtener los tres valores de esfuerzos, tenemos que resolver una ecuación cúbica de la siguiente forma:

$$\sigma^3 - (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\sigma^2 + (\sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2)\sigma - (\sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{xz}\tau_{yz} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{xz}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2) = 0$$

Adaptándola a nuestra situación tenemos:

$$\sigma^3 - (\sigma_x + \sigma_y)\sigma^2 + (\sigma_x\sigma_y - \tau_{yz}^2)\sigma + \sigma_x\tau_{yz}^2 = 0$$

Resolviendo en MATLAB®, utilizando el siguiente código:

```

clc
sx=1064232.9289;
sy=1356.8696;
tyz=387045.9654;
a=[1;-(sx+sy);(sx*sy-tyz^2);sx*tyz^2];
roots(a)

```

Obtengo como resultados los siguientes valores:

| | | |
|------------|-----------|----|
| σ_1 | 1.064.200 | Pa |
| σ_2 | 387.700 | Pa |
| σ_3 | -386.400 | Pa |

Calculando los esfuerzos cortantes, mediante las siguientes expresiones:

$$\sigma_{12} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad \sigma_{23} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \quad \sigma_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

Obtenemos como resultados:

| | | |
|-------------|--------|----|
| τ_{12} | 338250 | Pa |
| τ_{13} | 725300 | Pa |
| τ_{23} | 387050 | Pa |

Obtenidos los esfuerzos principales vayamos a realizar la verificación estática y dinámica utilizando la Teoría de Esfuerzo Cortante Máximo (para el CÁLCULO estático), mientras que utilizaremos la línea de Soderberg (para el CÁLCULO dinámico). Debido a que los valores de la zona que va a sostener el molino posee valores de esfuerzos principales mucho mayores, utilizaremos esos valores para el CÁLCULO.

Verificando el Stahlschüssel (Llave del Acero), versión 2001, encontramos un acero conveniente para el trabajo a realizar, que posea resistencia al desgaste, corrosión, abrasión y otros factores que puedan afectar el material. Por ello se seleccionó el acero DIN 1.8960, que posee las siguientes propiedades:

| | | | |
|----------------------|----|----------|----|
| Para un acero 1,8960 | | | |
| Esfuerzo fluencia | Sy | 2,15E+08 | Pa |
| Esfuerzo ultimo | Su | 3,60E+08 | Pa |

Y además posee la siguiente composición (en porcentaje de masa):

| | | | | |
|-------------|--------------|----------------|-------------|------------|
| Carbono (C) | Silicio (Si) | Manganeso (Mn) | Fósforo (P) | Azufre (S) |
| ≤ 0,13 | 0,10 – 0,40 | 0,20 – 0,50 | 0,050 | 0,035 |

Se realizara la verificación del cilindro más crítico (el de menor radio) mediante la TEORÍA DE ESFUERZO CORTANTE MAXIMO

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{S_y}{n_s} \text{ Para el caso más crítico (eje pequeño)}$$

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_1 - \sigma_3}$$

Se tiene como resultado:

| | |
|----|------------|
| ns | 148,214532 |
|----|------------|

Cumple la condición de ESTÁTICA.

Ahora vayamos a la verificación por fatiga mediante la LÍNEA DE SODERBERG

Igualmente se verificara el cilindro mas pequeño, sin embargo, se toma el valor de concentrador de esfuerzos del cilindro grande, pues este ultimo posee orificios en todo su canto, por donde pasaran los tornillos que sostendrán los recubrimientos, y como va a estar sometido a flexión y fuerza normal.

$$\frac{K_F \sigma_A}{S_E} + \frac{\sigma_M}{S_Y} = \frac{1}{n_S}$$

Calculemos el factor de concentradores de esfuerzo:

Tomando valores de gráficas de concentradores de esfuerzo de *Failure of Materials in Mechanical Design*

Se seleccionó un concentrador de esfuerzo de:

| | |
|----|-----|
| Kf | 2,6 |
|----|-----|

Los esfuerzos alterno y medio:

$$\sigma_A = \frac{\sigma_{MAX} - \sigma_{MIN}}{2} \quad \sigma_M = \frac{\sigma_{MAX} + \sigma_{MIN}}{2}$$

Tomando como datos el caso más crítico de los anteriores:

| | | |
|------------|-----------|----|
| σ_1 | 1.064.200 | Pa |
| σ_2 | 387.700 | Pa |
| σ_3 | -386.400 | Pa |

Tenemos como resultado:

| | | |
|------------|---------|----|
| σ_m | 338.900 | Pa |
| σ_a | 725.300 | Pa |

Debido a que la fibra de nuestro molino esta sometido tanto a torsión, flexión, consideraremos, el valor de resistencia a la fatiga:

$$S_E' = 0,29S_U$$

| | | |
|-----|----------|----|
| Se' | 1,04E+08 | Pa |
|-----|----------|----|

Este valor de resistencia a la fatiga va a estar afectado por muchos factores, entre ellos:

Factor de acabado de la superficie:

Shigley y Mitchell, plantean una ecuación empírica para definir el acabado superficial:

$$k_f = eS_U^f$$

Y además ofrecen una tabla de valores:

| Proceso manufactura | Factor e (MPa) | Exponente f |
|---------------------|----------------|-------------|
| Esmerilado | 1,58 | -0,085 |

| | | |
|------------------------------|------|--------|
| Maquinado o estirado en frío | 4,51 | -0,265 |
| Laminado en caliente | 57,7 | -0,718 |
| Ninguno (forja) | 272 | -0,995 |

Sustituimos y obtenemos:

| | |
|----|--------|
| kf | 0,8429 |
|----|--------|

Factor de tamaño:

Hamrock nos brinda una ecuación de ajuste, para ejes cuyo diámetro sea diferente a 0,3in.
 $k_s = 1,189 (2.r_e)^{-0,112}$ Para $8\text{mm} < D < 250\text{mm}$

Como estamos fuera del rango y no disponemos de otra ecuación, la estimaremos:

| | |
|----|---|
| ks | 1 |
|----|---|

Factor de confiabilidad:

| | |
|----|-----|
| kr | 0,9 |
|----|-----|

Factor de temperatura:

Debido a que la entrada de material a procesar se encuentra a temperatura, no es determinante en este diseño la temperatura, por lo cual podemos estimarla.

| | |
|----|---|
| kt | 1 |
|----|---|

Efectos diversos:

Por las propiedades del baño electrolítico, sus componentes, humedad y propiedades abrasivas, se considera que puede afectar el esfuerzo de fatiga del material, por ello:

| | |
|----|-----|
| km | 0,5 |
|----|-----|

Para calcular el limite de fatiga modificado:

$$S_E = k_F k_S k_R k_T k_M S_E'$$

Obtenemos:

| | | |
|----|----------|----|
| Se | 3,96E+07 | Pa |
|----|----------|----|

Tomando la ecuación de Línea de Soderberg y despejando el factor de seguridad:

$$n_s = \frac{1}{\frac{K_F \sigma_A}{S_E} + \frac{\sigma_M}{S_Y}}$$

Se tiene como resultado:

| | |
|----|---------|
| ns | 20,3250 |
|----|---------|

Cumple con el cálculo de fatiga.