FLUJO ISENTRÓPICO
PROBLEMAS

1) En un punto dado un flujo de alta velocidad sobre un ala de aeroplano, el número de mach local, presión y temperatura son 0,7; 0,9atm y 250K respectivamente. Calcule los valores de P_0, T_0, P*, T* y a* en este punto.

Datos:
M=0,7
P=0,9atm
T=250K

¿Qué se pide?
P_0, T_0
P*, T*, a*

Hipótesis:
Flujo Isentrópico
Aire
k=1,4
R=287J/(kgK)

Ecuaciones y Leyes:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \qquad [1]$$

$$\frac{P_0}{P} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{k}{k-1}} \qquad [2]$$

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{k+1} \qquad [3]$$

$$\frac{P^*}{P_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \qquad [4]$$

$$a^* = \sqrt{KRT^*} \qquad [5]$$

Procedimiento:
a) Con [1], datos, hipótesis: T_0
b) Con [2], datos, hipótesis: P_0
c) Con [3], datos, hipótesis: T*
d) Con [4], datos, hipótesis: P*
e) Con [5], c): a*

2) En un punto dado en un túnel de viento supersónico, la presión y temperatura son 5.10^4Pa y 200K respectivamente. La presión total en ese punto es $1{,}5.10^6$Pa. Calcule el número de mach y temperatura total.

Datos:
$P_0=1{,}5.10^6$Pa
$P=5.10^4$Pa
T=200K

¿Qué se pide?
M, T_0

Hipótesis:
IDEM

Ecuaciones y Leyes:

$$\frac{P_0}{P} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{k}{k-1}} \qquad [1]$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \qquad [2]$$

Procedimiento:
a) Con [1], datos: M
b) Con [2], a): T_0

3) Derive las siguientes expresiones para un campo de flujo isentrópico en función de la relación P/P_0.

$$u = \sqrt{\frac{2KRT_0}{k-1}} \sqrt{1 - \frac{P}{P_0}^{\frac{k-1}{k}}}$$

$$M^2 = \frac{2}{k-1}\left(\frac{P_0}{P}^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)$$

$$M^{*2} = \frac{k+1}{k-1}\left(1 - \frac{P}{P_0}^{\frac{k-1}{k}}\right)$$

Ecuaciones:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \qquad [1]$$

$$C_P T + \frac{u^2}{2} = C_P T_0 \qquad [2]$$

$$\frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad [3]$$

$$C_P = \frac{kR}{k-1} \quad [4]$$

$$M^{*2} = \frac{(k+1)M^2}{2+(k-1)M^2} \quad [5]$$

Procedimiento:
a) Con [1], [2], [3], [4]: u
b) Con [1], [3]: M^2
c) Con [1], [5], [3]: M^{*2}

4) Una onda de presión débil (onda sonora), con un cambio de presión Δp=40Pa se propaga en el aire a 20°C y 1atm. Estime: a) el cambio de densidad, b) el cambio de temperatura y c) el cambio de velocidad a través de la onda.

Datos:
Δp=40Pa
T=20°C
P=1atm

¿Qué se pide?
Δρ, ΔT, Δa

Hipótesis:
IDEM

Ecuaciones y leyes:

$$\rho a = (\rho + d\rho)(a + da) \quad [1]$$

$$p - (p + dp) = -\rho a^2 + (\rho + d\rho)(a + da)^2 \quad [2]$$

$$C_P T + \frac{a^2}{2} = C_P(T + dT) + \frac{(a + da)^2}{2} \quad [3]$$

$$P = \rho R T \quad [4]$$

$$C_P = \frac{kR}{k-1} \quad [5]$$

$$P v^k = cons\tan te \quad [6]$$

Procedimiento:
a) Con [1], [2], [6]: Δρ
b) Con [1], a): Δa
c) Con [3]: ΔT

5) Aire se expande isentrópicamente a través de un ducto de P_1=12kPa y T_1=100°C a P_2=80kPa y u_2=325m/s. Determine: T_2, M_2, T_0, P_0, u_1 y M_1.

Datos:
P_1=12kPa
T_1=100°C
P_2=80kPa
u_2=325m/s

¿Qué se pide?
T_2, M_2, T_0, P_0, u_1 y M_1

Hipótesis:
IDEM

Ecuaciones y Leyes:

$$s_2 - s_1 = C_P \ln\frac{T_2}{T_1} - R\ln\frac{P_2}{P_1} \quad [1]$$

$$a = \sqrt{KRT} \quad [2]$$

$$M = \frac{u}{a} \quad [3]$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2}M^2 \quad [4]$$

$$C_P T_1 + \frac{u_1^2}{2} = C_P T_2 + \frac{u_2^2}{2} \quad [5]$$

$$\frac{P_0}{P} = \left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad [6]$$

$$C_P = \frac{kR}{k-1} \quad [7]$$

Procedimiento:
a) Con [1], datos: T_2
b) Con a), [2]: a_2
c) Con b), [3]: M_2
d) Con c), [4], datos: T_0
e) Con [6], d): P_0
f) Con [5], [7], datos: u_1
g) con f), datos: a_1, M_1

6) Desde un recipiente con una temperatura de 30°C y presión absoluta de 6,3kg/cm^2, fluye hidrogeno isentrópicamente hacia una sección de 5cm de diámetro, donde la velocidad es de 350m/s. Calcule la temperatura, la presión, el numero de mach y el caudal masivo en la sección dada.

Datos:
T_0=30°C
P_0=6,3kg/cm^2
D=5cm
u=350m/s

¿Qué se pide?
P, T, M, $\dot{m}$

Hipótesis:
Flujo Isentrópico
Hidrogeno
k=1,409
R=4124,18 J/(kgK)

Ecuaciones y Leyes:

$$C_P T_0 = C_P T + \frac{u^2}{2} \quad [1]$$

$$\frac{P_0}{P} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad [2]$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \quad [3]$$

$$P = \rho R T \quad [4]$$

$$\dot{m} = \rho u A \quad [5]$$

$$C_P = \frac{kR}{k-1} \quad [6]$$

$$A = \frac{\pi}{4} D^2 \quad [7]$$

Procedimiento:
a) Con [1]: T
b) Con [2]: P
c) Con [3]: M
d) Con [4]: ρ
e) Con d), [5], [7]: $\dot{m}$

7) Un proyectil con nariz de aguja pasa sobre usted en un campo militar de pruebas a una velocidad de 1000m/s. Usted sabe que la altura a la que vuela el avión, que disparo el proyectil, es de 1000m, donde T=-10°C. ¿Cuánto tiempo, después de que ha pasado el proyectil, se escucha su sonido? ¿A que distancia estará? Calcule el número de mach.

Datos:
U=1000m/s
Y=1000m
T=-10°C

¿Qué se pide?
t, X, M

Hipótesis:
Movimiento Rectilíneo Uniforme
Flujo Isentrópico
Aire
k=1,4
R=287J/(kgK)

Ecuaciones y Leyes:

$$X = ut \quad [1]$$

$$Y = at \quad [2]$$

$$M = \frac{u}{a} \quad [3]$$

$$a = \sqrt{kRT} \quad [4]$$

Procedimiento:
a) Con [4], datos: a
b) Con a), [2], datos: t
c) Con b), datos: X
d) Con a), datos: M

8) Un leñador esta cortando leña a cierta distancia. Usted observa cuidadosamente, con la ayuda de su cronometro numérico de pulsera, que el sonido del hacha tarda 1,21s en llegar a sus oídos. Calcule la distancia a la que esta el leñador si la temperatura es de -10°C.

Datos:
t=1,21s
T=-10°C

¿Qué se pide?
X

Hipótesis:
Movimiento Rectilíneo Uniforme
Flujo Isentrópico
Aire
k=1,4
R=287J/(kgK)

Ecuaciones y Leyes:

$$X = at \quad [1]$$

$$a = \sqrt{kRT} \quad [2]$$

Procedimiento:
a) Con [2], datos: a
b) Con a), [1], datos: X

9) A un tiempo determinado, dos ondas de presión se mueven a la velocidad del sonido emitidas por un emisor que se mueve a una velocidad constante. El radio de la onda inicial es de 10in, y una segunda onda es de radio 2in. La separación de sus centros es de 5in. Determine el número de mach.

Datos:
R_1=10in
R_2=2in
R_{12}=5in

¿Qué se pide?
M

Hipótesis:
Movimiento Rectilíneo Uniforme
Flujo Isentrópico
Aire
k=1,4
R=287J/(kgK)

Ecuaciones y Leyes:

$$u = \frac{X}{t} \quad [1]$$

$$a = \sqrt{kRT} \quad [2]$$

$$M = \frac{u}{a} \quad [3]$$

Procedimiento:
a) GRAFICAMENTE: ‘a’ se representa por el cateto opuesto y ‘u’ se representa por el cateto adyacente
b) NUMÉRICAMENTE: Con datos,[1],[2]: u,a en cada posición.
c) NUMERICAMENTE: Con b),[3]: M

10) Durante la entrada del vehículo espacial *Apollo* a la atmósfera terrestre el numero de mach en un punto dado en la trayectoria fue de M=38 y la temperatura de la atmósfera fue de 270K. Calcule la temperatura en el punto de estancamiento del vehículo, asumiendo un gas acalóricamente perfecto con k=1,4. ¿Piensa usted que estas consideraciones son correctas? Si no, ¿por qué? En caso negativo, ¿el cálculo es sobrestimado?

Respuesta:

Resolver de forma semejante a los ejercicios anteriores y tomando en cuenta que según **15.2.4** de ANDERSON, John D. **Modern Compressible Flow**. La temperatura local detrás de la onda de choque a mach 36 es de 11000K. Igualmente para análisis, a flujo supersónico no hay linealidad en las constantes calóricas. Para mas detalles leer capitulo 15 del libro mencionado.