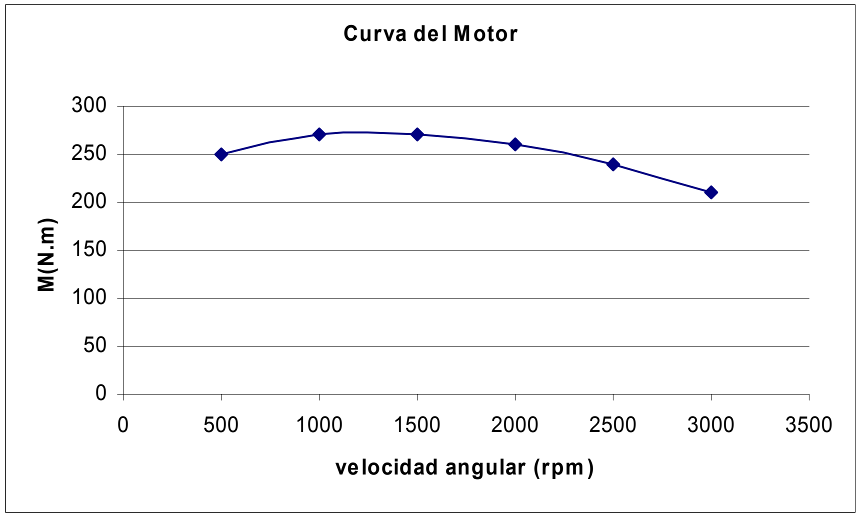
DINÁMICA DE MÁQUINAS
RESPUESTA EJERCICIO 1.4 DE JUAN LEÓN

Considere un carro con las siguientes características:

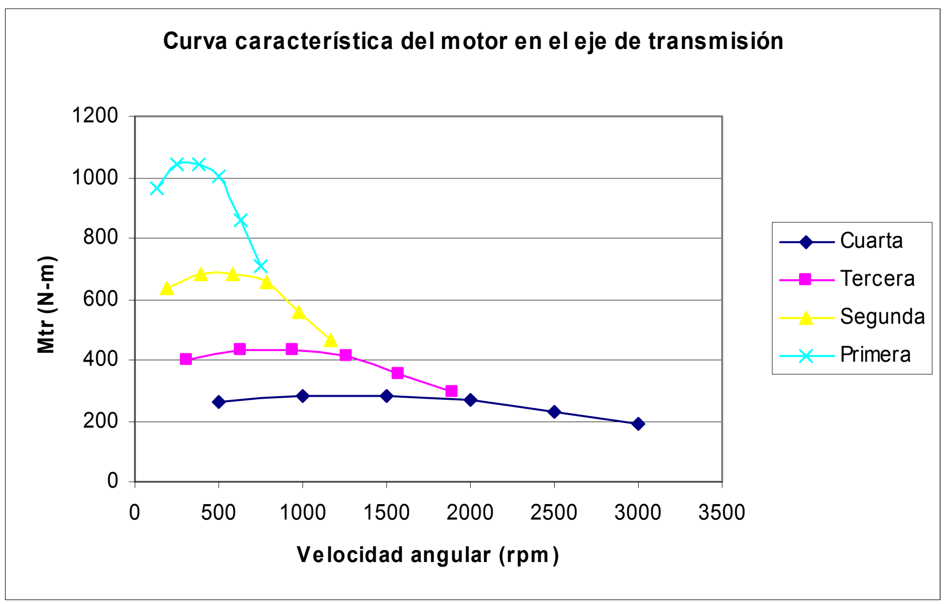
- Motor y caja de velocidades descritos en el ejemplo 1.3

Etapa	n	η
Primera	0.25	0.93
Segunda	0.39	0.95
Tercera	0.63	0.97
Cuarta	1	1



Motor		Primera		Segunda		Tercera		Cuarta	
ω_m	M_m	ω_1	M_1	ω_2	M_2	ω_3	M_3	ω_4	M_4
500	260	125	967	195	633	315	400	500	260
1000	270	250	1042	390	682	630	431	1000	270
1500	280	375	1042	585	682	945	431	1500	280
2000	270	500	1004	780	658	1260	416	2000	270
2500	230	625	856	975	560	1575	354	2500	230
3000	190	750	707	1170	463	1890	292	3000	190

ω :r.p.m.
M: N-m.



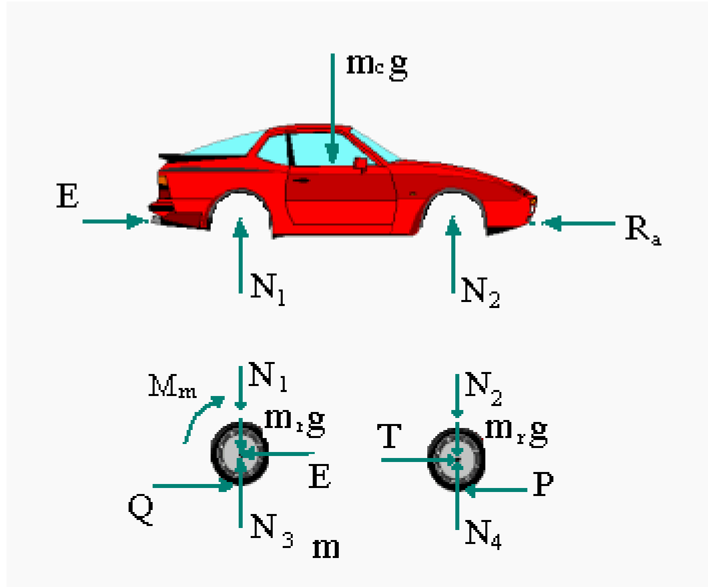
- Parámetros del diferencial (transmisión entre el eje de salida de la caja de velocidad y el eje trasero del vehículo): n = 0.31 ; η = 0.97.
- Peso del carro: W = 1800 Kg.
- Diámetro efectivo de las ruedas d = 70cm.
- Resistencia al avance, en Newtons $0.0149W+1.1316V^2$ siendo W el peso del carro, en Newtons, y V su velocidad en m/s.

Si el carro parte del reposo, calcule el tiempo mínimo (mariposa totalmente abierta), requerido para alcanzar una velocidad de 90 Km/h, así como la correspondiente distancia recorrida. Suponga la masa total del carro incrementada en un 20% para tomar en cuenta el efecto de la inercia rotativa de los distintos mecanismos.

De la ecuación fundamental de los sistemas rotativos:

$$M_m^x(\omega c) - M_c(\omega c) = I_e \frac{d\omega}{dt}$$

Del diagrama de cuerpo libre.



$$E(\hat{i}) + Ra(-\hat{i}) = m_{cr} * a_{cr}(\hat{i})$$

$$Q(\hat{i}) + E(-\hat{i}) = m_r * a_r(\hat{i})$$

$$M_m^x(-\hat{k}) + r(-\hat{j})xQ(\hat{i}) = I_r \frac{d\omega_r}{dt}(-\hat{k})$$

De estas tres ecuaciones obtenemos:

$$E - Ra = m_{cr} * r * \frac{d\omega_r}{dt} \qquad (1)$$

$$Q - E = m_r * r * \frac{d\omega_r}{dt} \qquad (2)$$

$$-M_m^x + r * Q = -I_r \frac{d\omega_r}{dt} \qquad (3)$$

Con (1) y (2)

$$Q - Ra = (m_r + m_{cr}) * r * \frac{d(\omega_r)}{dt} \qquad (4)$$

Multiplicando (4) por r queda:

$$Q * r - Ra * r = (m_r + m_{cr}) * r^2 * \frac{d(\omega_r)}{dt} \qquad (5)$$

Multiplicando (3) por –1 y sumándola a (5) queda:

$$\boxed{M_m^x - r * Ra = \left[(m_{cr} + m_r) * r^2 + I_r\right] \frac{d\omega_r}{dt}}$$

siendo

$$I_e = \left[(m_{cr} + m_r) * r^2 + I_r\right] = 1{,}2 m_{cr} * r^2$$

$$Ra = 0.0149W + 1.1316V^2$$

Recordando que $V = r*\omega$; $r = d/2$; entonces $V = (d/2)*\omega$.

Dándole valores numéricos se puede decir que.

$I_e = 264.6$ Kg-m^2
$\eta/n = 0.97/0.31 = 3.13$

Pasando la curva característica del motor al eje de las ruedas queda:

Primera

ω (rad/s)	ω (rpm)	η/n	ω_r(rad/s)	M*	Ma	1/Ma
13,09	125	0,0775	4,0578905	3026,400	3016,2140	0,0003315
104,72	250	0,0775	8,1157810	3259,200	3246,6173	0,0003080
157,08	375	0,0775	12,173671	3259,200	3242,6228	0,0003083
209,44	500	0,0775	16,231562	3142,800	3120,6304	0,0003204
261,80	625	0,0775	20,289452	2677,200	2647,8402	0,0003776
314,16	750	0,0775	24,347343	2211,600	2173,4522	0,0004601

Segunda

ω (rad(s)	ω (rpm)	η/n	ω_r(rad/s)	M*	Ma	1/Ma
20,42	195	0,1209	6,330309	1981,72	1970,389	0,000508
40,84	390	0,1209	12,66062	2134,16	2116,997	0,000472
61,26	585	0,1209	18,99093	2134,16	2107,275	0,000475
81,68	780	0,1209	25,32124	2057,94	2017,446	0,000496
102,10	975	0,1209	31,65155	1753,06	1695,068	0,00059
122,52	1170	0,1209	37,98186	1448,18	1368,801	0,000731

Tercera

ω (rad(s)	ω (rpm)	η/n	ω_r(rad/s)	M*	Ma	1/Ma
32,99	315	0,1953	10,22588	1252,606	1238,146	0,000808
65,97	630	0,1953	20,45177	1348,961	1319,28	0,000758
98,96	945	0,1953	30,67765	1348,961	1293,913	0,000773
131,95	1260	0,1953	40,90354	1300,783	1210,222	0,000826
164,93	1575	0,1953	51,12942	1108,075	971,8528	0,001029
197,92	1890	0,1953	61,3553	915,3661	723,3368	0,001382

Cuarta

ω (rad(s)	ω (rpm)	η/n	ω_r(rad/s)	M*	Ma	1/Ma
52,36	500	0,31	16,23156	813,5484	791,3788	0,001264
104,72	1000	0,31	32,46312	876,129	815,6118	0,001226
157,08	1500	0,31	48,69469	876,129	751,699	0,00133
209,44	2000	0,31	64,92625	844,8387	630,9308	0,001585
261,80	2500	0,31	81,15781	719,6774	390,7265	0,002559
314,16	3000	0,31	97,38937	594,5161	124,9571	0,008003

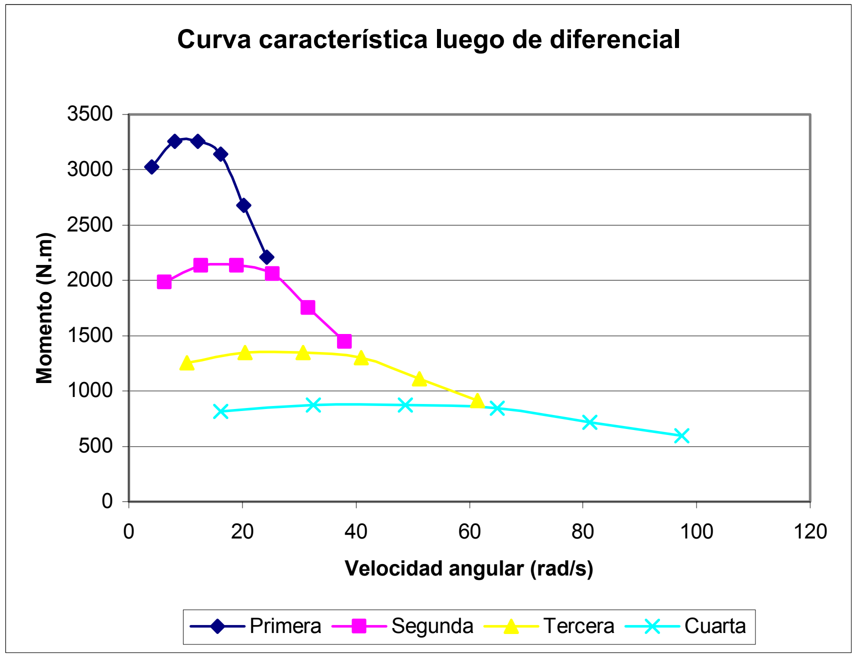
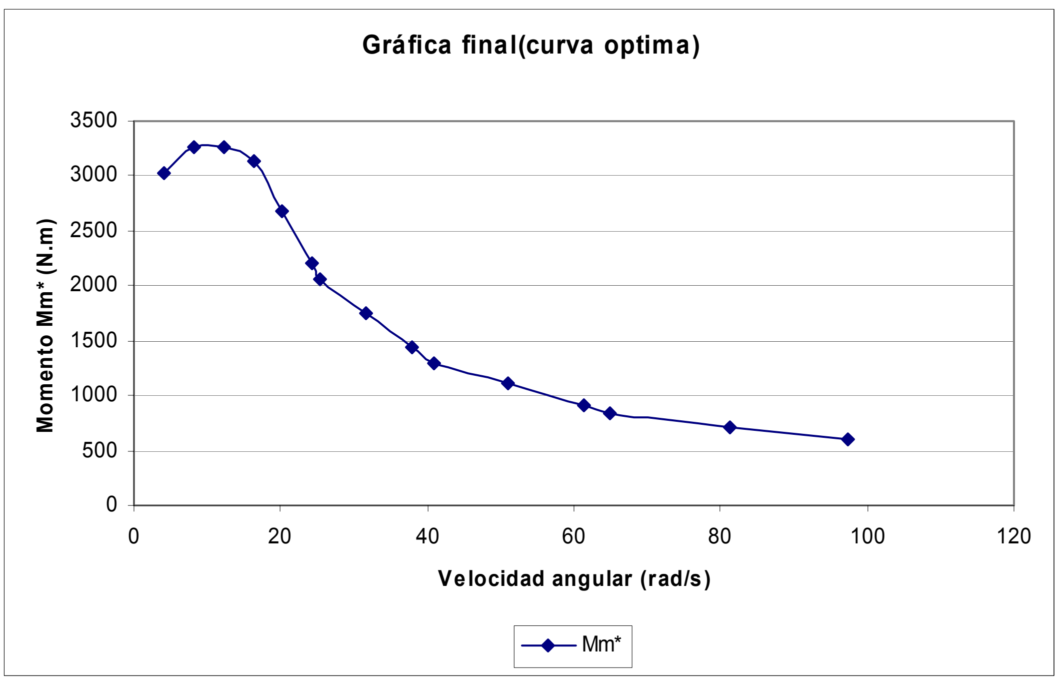


Tabla del motor vista desde el eje de la rueda

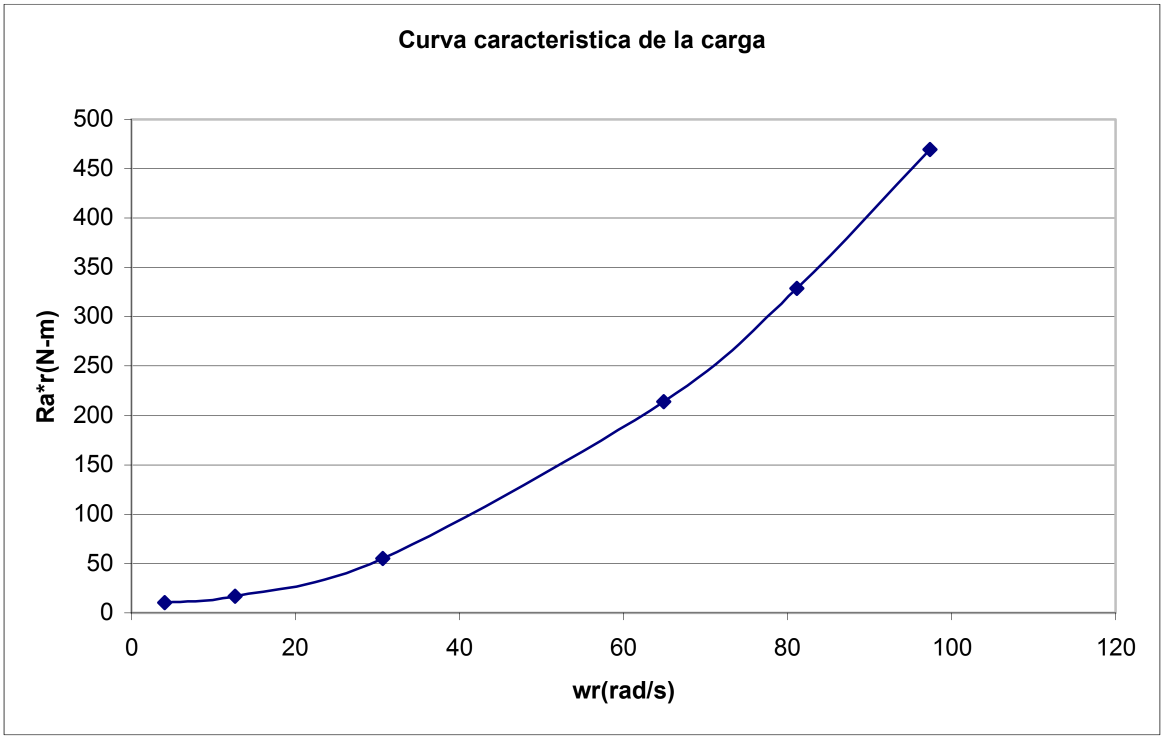
ω_{tr}	M_{tr}	ω_r	M_r	Ma	1/Ma
13,0899694	967	4,05789051	3026,4	3016,21409	0,00033154
40,8407045	682	12,6606184	2134,16046	2116,99656	0,00047237
98,9601686	431	30,6776523	1348,96057	1293,91301	0,00077285
209,43951	270	64,9262482	844,83871	630,930814	0,00158496
261,799388	230	81,1578102	719,677419	390,726519	0,00255933
314,159265	190	97,3893723	594,516129	124,957113	0,00800275

ω : rad/seg.
M : N-m.

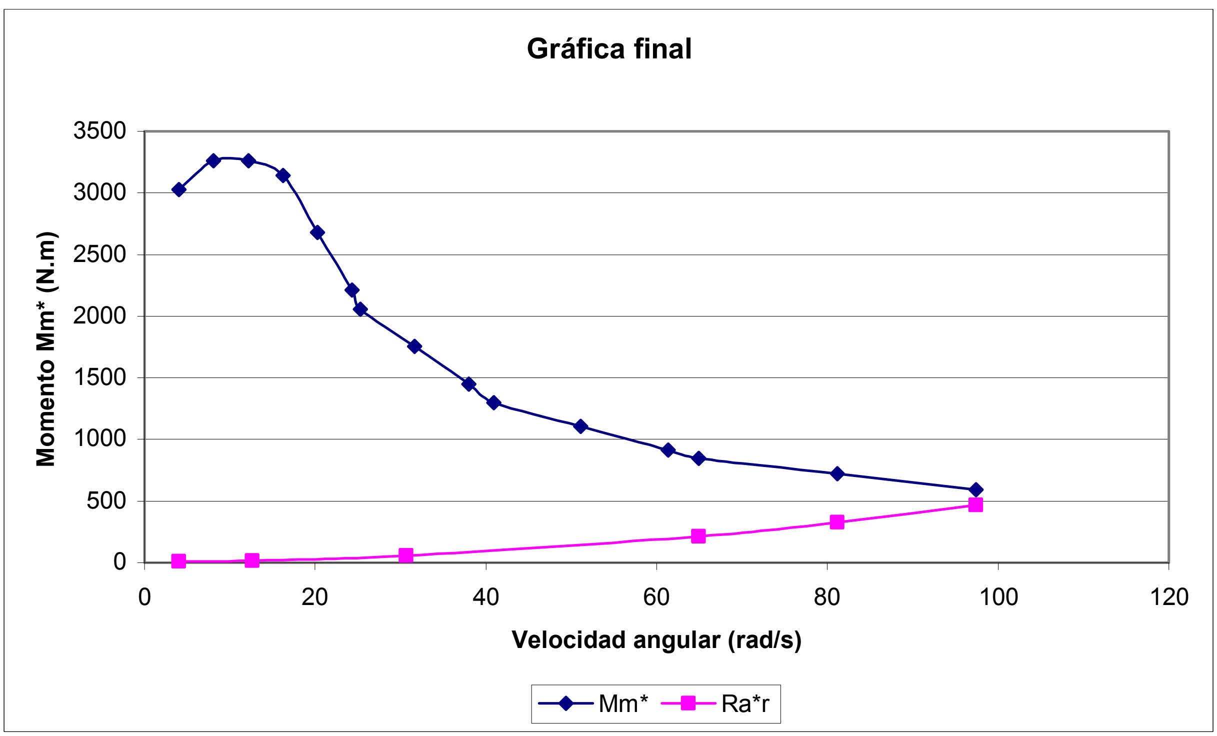


Ahora graficamos la curva característica de la carga(de la rueda).

ω (rad/s)	Ra*r(N-m)
4,057891	10,1859097
12,66062	17,1639071
30,67765	55,0475684
64,92625	213,907896
81,15781	328,9509
97,38937	469,559016

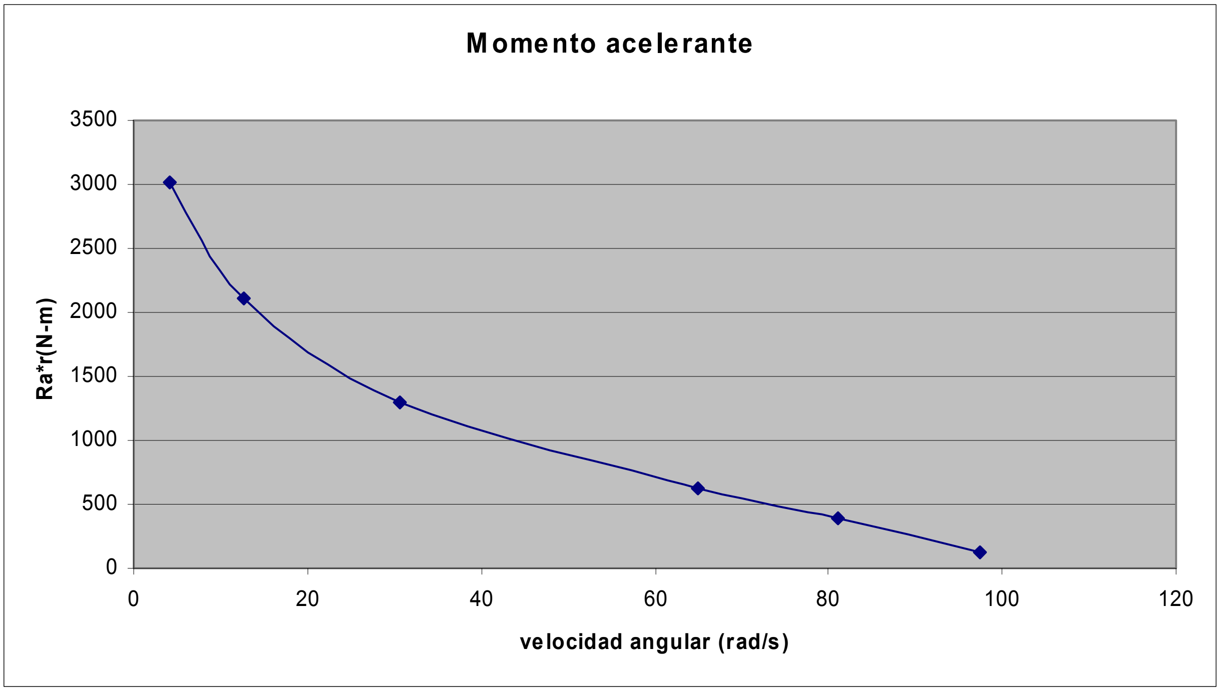


Interceptando la curva característica del motor vista desde el eje de la rueda con la curva característica de la carga queda que:

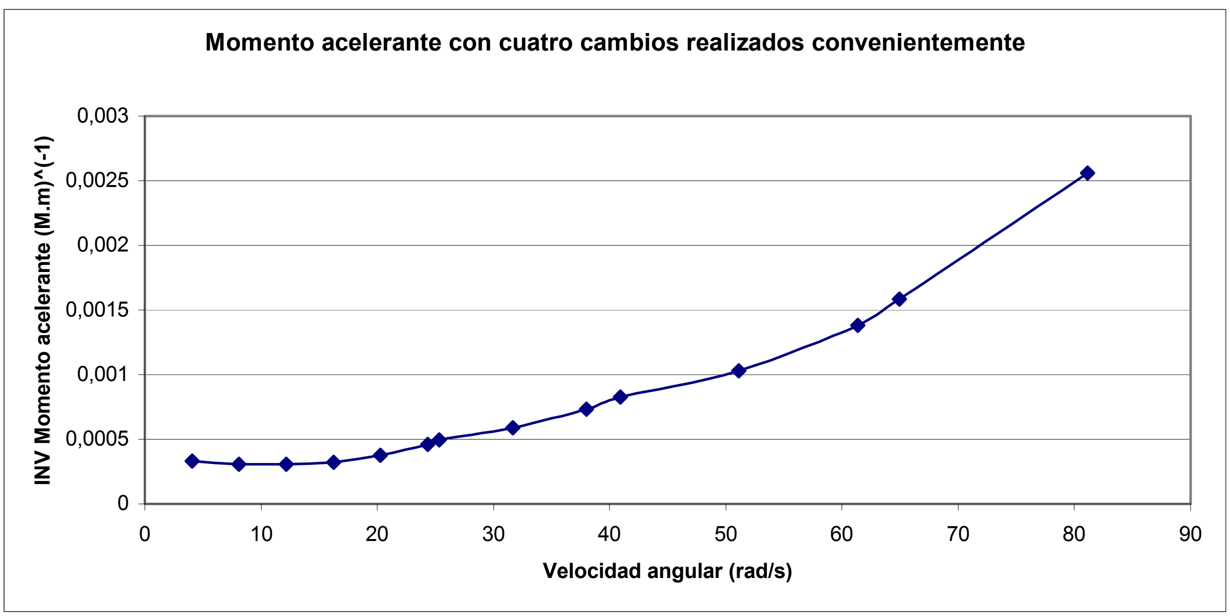


Gráficamente podemos obtener un valor para la velocidad de régimen ω_0=97rad/s aproximadamente.

Graficando el par acelerante de la curva característica obtenemos:



y ahora tomando la inversa del par acelerante.



Por el método del trapecio calculamos el tiempo mínimo para llegar a la velocidad de 90 km/h:

$$t = I_e \int_0^{\omega f} \frac{1}{Ma} d\omega$$

$$t = I_e \sum_{i+1}^{n} \frac{1}{2}\left(M_{i+1} + M_i\right)\left(\omega_{i+1} - \omega_i\right) = I_e \sum A$$

donde:
M: inverso del par acelerante
ω: velocidad angular en radianes
I_e = 264,6 Kgm^2

y tomando 14 subdivisiones (n = 14)

calculando tenemos que:

A_1 = 1/2($\omega_2 - \omega_1$)*(M_2+M_1)
A_1 = 1/2(0,00033154+0)*(4,05789051-0)= 0,000672679

ω	M	Area	t
0	0		0
4,05789051	0,00033154	0,000672679	0,17799098
8,11578102	0,00030801	0,001297621	0,52134143
12,1736715	0,00030839	0,001250652	0,85226407
16,231562	0,00032045	0,001275883	1,18986265
20,2894526	0,00037767	0,001416436	1,56465156
24,3473431	0,0004601	0,001699777	2,01441253
25,3212368	0,00049568	0,000465411	2,13756029
31,651546	0,00058995	0,003436165	3,04676962
37,9818552	0,00073057	0,004179629	4,15269934
40,9035363	0,00082629	0,002274326	4,7544859
51,1294204	0,00102896	0,009485822	7,26443427
61,3553045	0,00138248	0,012329574	10,5268396
64,9262482	0,00158496	0,005298283	11,9287654
71,4285714	0,00197529	0,011574954	14,9914983

$$\sum A = 0{,}056657212$$

t = 264,6*0,056657212 = 14,9914983 s

Para obtener la distancia recorrida en este tiempo:

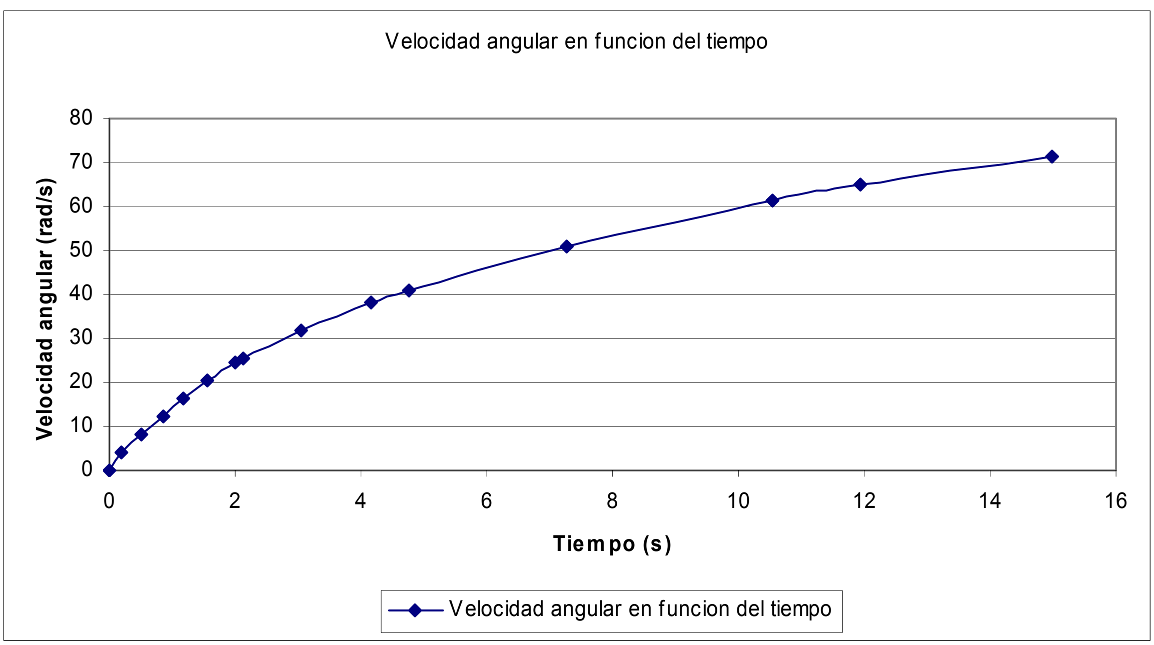
S = θr

$$\omega = d\theta / dt$$

Entonces

$$\theta = \int \omega dt$$

Ahora graficamos la velocidad angular ω en función del tiempo t:



Aplicando nuevamente el método del trapecio obtenemos:

$$\theta = \sum_{i+1}^{n} \frac{1}{2}\left(t_{i+1} - t_i\right)\left(\omega_{i+1} + \omega_i\right) = \sum A$$

$A_1 = 1/2(\omega_2 + \omega_1)*(t_2 - t_1)$

$A_1 = 1/2(4{,}05789051-0)*(0{,}17799098-0)$

ω (rad/s)	T (s)	A (m^2)
0	0	
4,05789051	0,17799098	0,36113396
8,11578102	0,52134143	2,0899178
12,1736715	0,85226407	3,35711957
16,231562	1,18986265	4,79478317
20,2894526	1,56465156	6,84383573
24,3473431	2,01441253	10,0379443
25,3212368	2,13756029	3,05828724
31,651546	3,04676962	25,9000927
37,9818552	4,15269934	38,5048238
40,9035363	4,7544859	23,7360844
51,1294204	7,26443427	115,498985
61,3553045	10,5268396	183,485384
64,9262482	11,9287654	88,5186831
71,4285714	14,9914983	208,809196

$\theta = \sum A$ = 714,996271 rad

S = θr

S = 714,996271rad * 0.35m = 250,248695m